



Offre Stage Recherche Master 2

”Géométrie de problèmes de coloration de graphe, et algorithmes de résolution”

1 Encadrant(e)s

Laure Brisoux-Devendeville¹, Corinne Lucet-Vasseur¹, Sara Tari², Sébastien Verel²

¹ Laboratoire MIS, Univ. de Picardie Jules Verne.

² Laboratoire LISIC, Univ. du Littoral Côte d’Opale

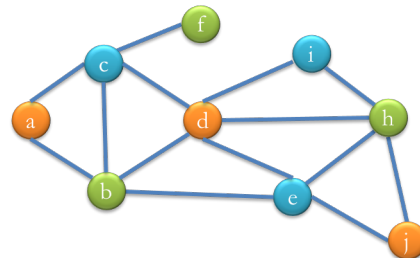
Personne à contacter : sara.tari@univ-littoral.fr

2 Durée

6 mois maximum.

3 Description du sujet

Colorier une carte géographique, affecter des fréquences aux antennes-relais en téléphonie mobile, répartir judicieusement les variables dans les différents registres du processeur durant l’exécution du programme, ou plus généralement allouer des ressources sous contraintes (emploi du temps, énergie, etc.), le problème de coloration de graphe a de nombreuses applications. Il consiste à colorier les nœuds d’un graphe avec un minimum de couleurs, en respectant la contrainte suivante : deux nœuds voisins ne peuvent avoir la même couleur. La figure ci-contre, représente un graphe dont la coloration nécessite au moins trois couleurs.



Ce problème NP-complet a aussi d’importantes conséquences théoriques. En effet, ce nombre minimal de couleurs permettant une coloration valide du graphe est une caractéristique fondamentale du graphe. En dépit de son énoncé simple, résoudre des instances particulières de ce problème nécessite des algorithmes

adaptés [5]. De nombreuses approches ont été proposées dans la littérature pour résoudre ce problème ou ses variantes, comme la somme coloration qui tient compte en plus du coût des couleurs dans la coloration.

Selon les instances de problèmes combinatoires traitées, l'efficacité des algorithmes de recherche locale (métaheuristiques, algorithmes évolutionnaires, etc.) peuvent être variables. Ces algorithmes d'optimisation sont généralement considérés pour résoudre de grandes instances, pour lesquelles une solution approchée est acceptable, alors que les approches de résolution exactes deviennent trop coûteuses en temps. Dans ce stage, on s'intéressera en particulier à l'étude d'algorithmes de type recherche locale prenant en compte les symétries et motifs du problème [3, 2], cela permet notamment de réduire la taille de l'espace de recherche.

Afin de comprendre les différentes variantes de recherche locale existantes, on utilisera la notion de paysage de fitness [6, 7]. Cette représentation permet de "visualiser" la structure du problème comme un paysage où les solutions candidates en forment la surface. La qualité d'une solution correspond à sa hauteur dans le paysage, et le voisinage entre solutions dans le paysage correspond à celui des opérateurs de voisinage définis dans l'algorithme de recherche locale. Intuitivement, une recherche locale va tenter de trouver le plus haut sommet du paysage en traversant pics, cols, plateaux, vallées du paysage qui sont autant d'indications sur la difficulté du problème relativement à l'algorithme considéré. L'étude des caractéristiques des paysages de fitness permettent aussi d'étudier les différents algorithmes indépendamment d'un problème d'optimisation donné, ce qui est un atout pour mieux comprendre le fonctionnement de ces algorithmes.

Ce stage vise à estimer les caractéristiques des paysages de fitness des problèmes de coloration en utilisant les métriques de la littérature, et les réseaux d'optima locaux qui synthétisent le paysage au graphe des solutions "optimum local" (pics) [8]. Une attention particulière sera portée à la neutralité des paysages qui correspond aux solutions voisines de qualité équivalente [9]. En effet, cette caractéristique induit des plateaux dans le paysage qui posent des difficultés aux algorithmes d'optimisation qui peuvent ne pas réussir à s'en échapper. Une bonne prise en compte de la neutralité peut cependant permettre aux méthodes d'optimisation de s'en extraire et ainsi d'atteindre de meilleures solutions. La neutralité est très présente sur les problèmes de coloration, où il est alors particulièrement intéressant de l'étudier pour créer des recherches locales plus efficaces.

Les travaux seront conduits sur des instances classiques de la littérature, mais également sur des instances générées dans le stage, en combinant des graphes générés aléatoirement avec des graphes issus de problèmes réels, donc plus structurés. Cette approche permettra de produire des instances de problèmes dont la difficulté d'optimisation est ajustable. D'une part ce benchmark d'instances sera mis à disposition de la communauté scientifique, d'autre part il permettra une approche d'apprentissage automatique (machine learning) pour représenter l'ensemble des instances [1] et apprendre de manière automatique la relation entre instances et meilleur algorithme de résolution [4].

4 Contexte et objectifs

Le travail s'inscrit dans le cadre d'une collaboration entre le laboratoire Modélisation Information et Systèmes (MIS) de l'Université de Picardie Jules Verne (UPJV) et le Laboratoire d'Informatique Signal et Image de la Côte d'Opale (LISIC) de l'Université du Littoral Côte d'Opale (ULCO).

Cette collaboration vise à améliorer la compréhension de problèmes d'optimisation avec contraintes au moyen de l'analyse de paysages de fitness, et, à déterminer comment prendre en compte la neutralité pour optimiser efficacement ces problèmes via des algorithmes de recherches locales.

Les résultats produits pourront être utilisés pour créer des jeux de données à des fins de création de modèles pour la sélection automatique d'algorithmes.

References

- [1] Lucas Kletzander, Nysret Musliu, and Kate Smith-Miles. Instance space analysis for a personnel scheduling problem. *Annals of Mathematics and Artificial Intelligence*, 89(7):617–637, 2021.

- [2] Clément Lecat, Corinne Lucet, and Chu-Min Li. Minimum sum coloring problem: Upper bounds for the chromatic strength. *Discret. Appl. Math.*, 233:71–82, 2017.
- [3] Clément Lecat, Corinne Lucet, and Chu-Min Li. New lower bound for the minimum sum coloring problem. In Satinder P. Singh and Shaul Markovitch, editors, *Proceedings of the Thirty-First AAAI Conference on Artificial Intelligence, February 4-9, 2017, San Francisco, California, USA*, pages 853–859. AAAI Press, 2017.
- [4] Arnaud Liefooghe, Fabio Daolio, Sébastien Verel, Bilel Derbel, Hernan Aguirre, and Kiyoshi Tanaka. Landscape-aware performance prediction for evolutionary multiobjective optimization. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 24(6):1063–1077, 2019.
- [5] Corinne Lucet, Florence Mendes, and Aziz Moukrim. An exact method for graph coloring. *Comput. Oper. Res.*, 33:2189–2207, 2006.
- [6] Katherine M Malan and Andries P Engelbrecht. A survey of techniques for characterising fitness landscapes and some possible ways forward. *Information Sciences*, 241:148–163, 2013.
- [7] Katherine Mary Malan. A survey of advances in landscape analysis for optimisation. *Algorithms*, 14(2):40, 2021.
- [8] Sara Tari and Gabriela Ochoa. Local search pivoting rules and the landscape global structure. In *Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference*, pages 278–286, 2021.
- [9] Sébastien Verel, Gabriela Ochoa, and Marco Tomassini. Local optima networks of nk landscapes with neutrality. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 15(6):783–797, 2010.